

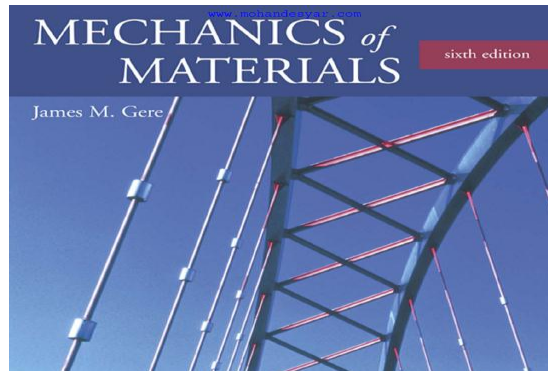
MECHANIC OF MATERIALS I

FROM: MECHANICS OF MATERIALS BY JAMES-M. GERE

Mir persa alemi
1392

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

مرجع



فصل نخست

-مقدمه ای از مقاومت مصالح

-تنش ها و کرنش های نرمال

-مشخصات مکانیکی مصالح

-الاستیک خطی , قانون هوک , ضریب پواسون

-تنش ها و کرنش های برشی

پیشگفتار

مقاومت مصالح موضوع پایه ای در مهندسی است که باید توسط هر شخصی که با ویژگی های فیزیکی سازه های ساخته بشر یا حتی طبیعی سر و کار دارد فهمیده شود. موضوع اصلی آن شامل مفاهیم اساسی مانند تنش، کرنش ها، تغییر شکل ها و جابجایی های الاستیک یا غیر الاستیک، انرژی کرنشی و ظرفیت تحمل بار است. این مفاهیم زیر بنای طراحی و تحلیل طیف گسترده ای از سیستم های سازه ای و مکانیکی است.

در سطوح دانشگاهی مقاومت مصالح در سال دوم دانشجویی و در سال های ابتدایی تحصیل تدریس می شود. این درس را علاوه بر دانشجویان رشته عمران در رشته های مکانیک، هوا نوردی، هوا فضا و نیز مطالعه می شود.

5

مقدمه

مقاومت مصالح شاخه ای از مکانیک کاربردی است که با رفتار اجسام جامد تحت انواع بارگذاری ها سر و کار دارد. به طوری که در آن اجسام جامد به صورت میله های محوری، شفت های تحت پیچش، تیرهای تحت خمش و ستون های تحت فشار را بررسی می کنیم.

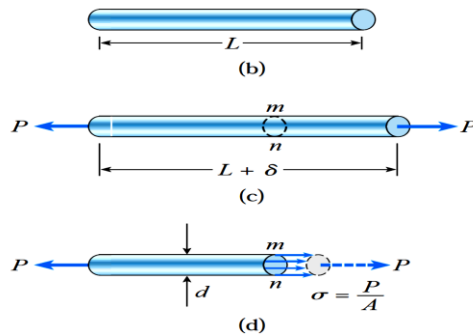
هدف اصلی مقاومت مصالح تعیین تنش ها، کرنش ها و جابجایی ها در سازه ها و اجزای آنها تحت بارگذاری اعمالی است. اگر بتوانیم این کمیت ها را برای تمام مقادیر بارگذاری تا مرحله شکست بیابیم در واقع تصویر کاملی از رفتار مکانیکی این سازه ها را خواهیم داشت. دانستن رفتار مکانیکی برای ایمنی طراحی همه انواع سازه ها اساسی است. البته دانش های استاتیک و دینامیک هم اساسی هستند اما آن موضوعات با نیروها و حرکات مرتبط با آنها و ذرات و اجسام صلب سر و کار دارند.

در حالی که در مقاومت مصالح ما بررسی تنش و کرنش ها در داخل اجسام واقعی را هدف داریم که برای تعیین تنش ها و کرنش ها از ویژگی های فیزیکی مصالح به همراه مفاهیم و قوانین تیوری استفاده می کنیم.

6

تنش ها و کرنش های نرمال

مهم ترین مفهوم در مقاومت مصالح تنش و کرنش است. این مفاهیم با در نظر گرفتن میله منشوری تحت بار محوری شرح داده می شود.



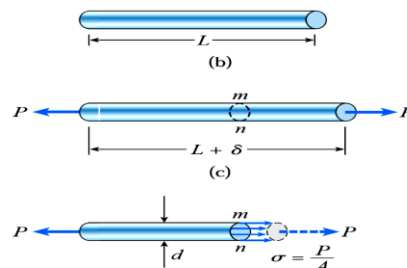
در پیکره ازاد از وزن میله صرف نظر شده و فرض شده تنها نیروی موثر نیروهای محوری P در انتهاست. ملاحظه می فرمایید اعمال بار باعث افزایش طول میله به اندازه δ شده است.

7

تنش نرمال

اگر یک برش فرضی در مقطع mn در نظر بگیریم عمل درونی بار P در میله نمایان می شود. بدلیل اینکه مقطع داده شده عمود بر محور میله است به آن مقطع عرضی گفته می شود. در سمت راست قسمت چپ از میله اثر قسمت سمت راست بر روی پیکره ازاد به صورت تنش درونی نشان داده شده است. این اثر شامل تنش های پیوسته توزیع و اعمال شده به کل مقطع عرضی است که در واقع نیروی P منتهجه این تنش های درونی است.

واحد تنش نیز نیرو بر واحد سطح و نماد تنش نیز حرف یونانی σ است. مقادیر تنش در داخل عضو می تواند از نقطه ای به نقطه دیگر به شدت تغییر کند. چنانچه فرض کنیم توزیع تنش به طور کاملاً یکنواخت در داخل عضو صورت گرفته است و سطح مقطع عرضی میله A باشد در نتیجه داریم:



$$P = \sigma A$$

8

تنش نرمال

بنابراین برای بزرگای تنش نرمال یکنواخت در بارگذاری محوری در هر مقطع عرضی دلخواه رابطه زیر

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

حاصل می شود:

چنانچه نیروی **P** میله را بکشد تنش حاصل تنش کششی و چنانچه نیرو در جهت مخالف بوده و باعث فشردگی میله شود به آن تنش فشاری گویند. همچنین با توجه به این که راستای اعمال تنش عمود بر سطح مقطع است به آن تنش نرمال می گویند.

معمول است که تنش های کششی را با مقادیر مثبت و تنش های فشاری را با علامت منفی نشان می دهند.

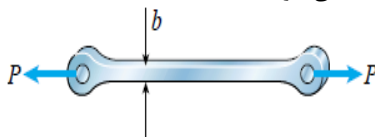
در سیستم **USCS** برای تنش واحد پوند بر اینچ مربع **PSI** و یا کیلو پوند بر اینچ مربع **KSI** و در سیستم **SI** نیوتون بر متر مربع یا پاسکال و غیره به کار برده می شود. به عنوان یک مقایسه در ذهن داشته باشید که تقریباً هر ۷۰۰۰ پاسکال برابر یک **PSI** است.

9

تنش نرمال

قابل توجه است که رابطه بیان شده تا زمانی معتبر است که بار محوری **P** دقیقاً در مرکز سطح مقطع عرضی وارد شود و چنانچه در مرکز سطح وارد نشود باعث خمش میله خواهد شد و در نتیجه توزیع تنش یکنواخت نخواهد بود.

همچنین توزیع تنش یکنواخت در تمامی مقاطع عرضی درونی میله به جز نواحی نزدیک به ۲ انتها واقعی است. در واقع با فاصله گرفتن از نقاط انتهایی اعمال بار، توزیع تنش درونی در میله منشوری به توزیع یکنواخت نزدیک تر می شود زیرا اثرات تمرکز تنش کاسته می شود.



به طوری که در میله شکل فوق توزیع تنش یکنواخت در فاصله ای بزرگتر از **b** از انتهای آن وجود خواهد داشت. به طوری که **b** عرض میله است. در نتیجه رابطه توزیع تنش نرمال ارائه شده برای این نواحی پاسخ دقیق می دهد.

10

کرنش نرمال

همانطور که ملاحظه شد میله تحت بار محوری دچار تغییر شکل طولی شد به طوری که با بار محوری کششی دچار افزایش طول و با بار محوری فشاری دچار کاهش طول شد. به طوری که δ میزان این تغییر شکل طولی بود. دقت شود که δ تغییر شکل تجمعی تک تک ذرات میله در طول خود است و چنانچه شرایط مادی میله در تمام حجمش یکسان باشد مقدار تغییر شکل وسط میله نصف این مقدار خواهد بود. به هر حال تغییر شکل واحد طول یا تغییر شکل نسبی یک عضو به شکل زیر معرفی می شود:

$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$

به تغییر شکل نسبی معرفی شده کرنش گفته می شود.

در یک میله تحت بار محوری کششی کرنش محوری بیانگر میزان نسبی تغییر شکل یا کشیدگی مصالح عضو است. در نتیجه کرنش های حاصل از اثر تنش های نرمال کرنش های نرمال نامیده می شوند. توجه شود با توجه به رابطه ارایه شده کرنش کمیتی بی بعد است.

11

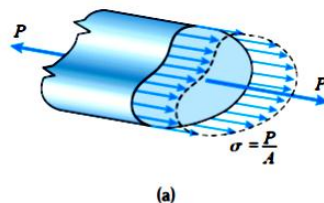
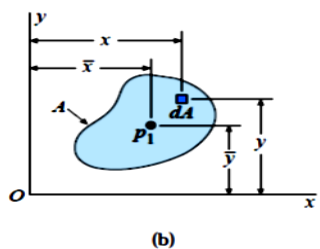
تنش ها و کرنش های چند محوره

تعريفات ارایه شده برای تنش و کرنش نرمال تنها با ملاحظات استاتیکی و هندسی بود. به طوری که لازم بود برای صحت استفاده از روابط ارایه شده میله منشوری، خواص مادی در تمام ذرات میله یکسان باشد. (میله همگن باشد). در نتیجه تنها در ارتباط با تنش های در جهت طولی صحبت شد اما بعد ها خواهیم دید که تنش های دیگری در جهات دیگر تحت بارگذاری محوری اعمالی به وقوع می پیوندند.

12

محل اثر نیروهای محوری به منظور توزیع تنش یکنواخت در مقطع

می‌خواهیم نشان دهیم که توزیع تنش‌ها در مقطع تنها زمانی یکنواخت خواهد بود که خط عمل نیروهای محوری از مرکز سطح مقطع عرضی عبور می‌کند.



میله منشوری با مقطع عرضی دلخواه شکل بالا را در نظر بگیرید.

به طوری که نیروی محوری P ایجاد تنش یکنواخت σ را در مقطع باعث شده است. نقطه $P1$ نشان دهنده محل اثر نیرو بر مقطع عرضی است. x و y هم نشان دهنده مختصات محل اثر بار P در مقطع است.

$$M_x = P\bar{y} \quad M_y = -P\bar{x}$$

داریم:

13

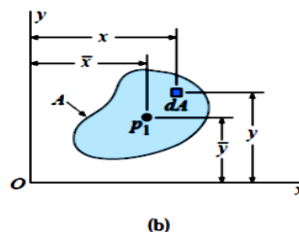
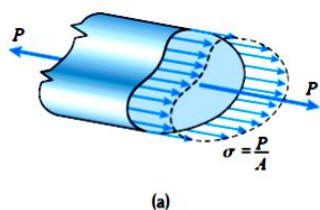
محل اثر نیروهای محوری به منظور توزیع تنش یکنواخت در مقطع

اما لنگرهای ناشی از تنش‌های یکنواخت درون مقطع با انتگرال گیری از تنش‌ها در کل سطح مقطع به قرار زیر حاصل می‌شود:

$$M_x = \int \sigma y dA \quad M_y = - \int \sigma x dA$$

از تعادل نیروها در مقطع داریم که مقادیر حاصل از دو دسته رابطه بالا با هم برابرند در نتیجه:

$$P\bar{y} = \int \sigma y dA \quad P\bar{x} = \int \sigma x dA$$



14

محل اثر نیروهای محوری به منظور توزیع تنش

یکنواخت در مقطع

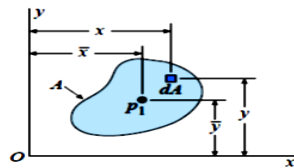
از آنجا که توزیع تنش σ در مقطع یکنواخت در نظر گرفته شده است از تقسیم دو طرف معادلات بالا بر

مساحت مقطع A روابط زیر حاصل می شود:

$$\bar{y} = \frac{\int y dA}{A} \quad \bar{x} = \frac{\int x dA}{A}$$

همانطور که ملاحظه می شود این مقادیر $\bar{x}$ و $\bar{y}$ بدست آمده برای محل اثر بار محوری همان مقادیر

مختصات مرکز هندسی سطوح است در نتیجه:



(b)

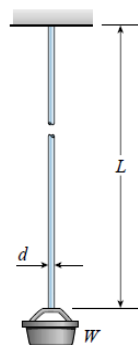
به منظور داشتن توزیع تنش یکنواخت فشاری یا کششی در میله منشوری نیروهای محوری باید در مرکز سطح مقطع عرضی عمل کنند.

15

مثال

ریسمانی فولادی با مقطع دایروی به طول L و قطر d را که از یک انتهای خود اویز است و در انتهای

دیگر سیدی به وزن W را نگه داشته در نظر بگیرید:



- رابطه ای را برای تنش های ماکزیمم در میله با در نظر گرفتن وزن میله ارایه کنید.

- مقادیر تنش های حد اکثر را اگر طول میله ۴۰ متر و قطر آن ۸ میلی متر باشد با وزن سبد ۱.۵ کیلو نیوتون محاسبه کنید.

16

مثال

حل:

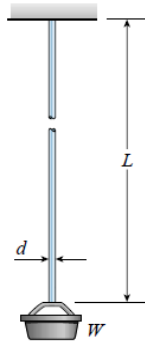
-مقدار حداکثر نیروی محوری در انتهای بالای ریسمان و در نتیجه تنش ماکزیمم عبارت است از:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{\max}}{A} = \frac{W + \gamma AL}{A} = \frac{W}{A} + \gamma L$$

$$W_0 = \gamma V = \gamma AL$$

که در آن:

وزن ریسمان است.



17

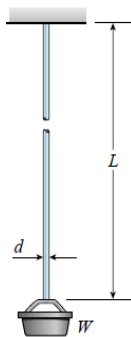
مثال

حل:

با جاگذاری مقادیر عددی تنش حداکثر بدست می آید:

$$\sigma_{\max} = \frac{1.5 \text{ kN}}{\pi(8 \text{ mm})^2/4} + (77.0 \text{ kN/m}^3)(40 \text{ m})$$

$$= 29.8 \text{ MPa} + 3.1 \text{ MPa} = 32.9 \text{ MPa}$$

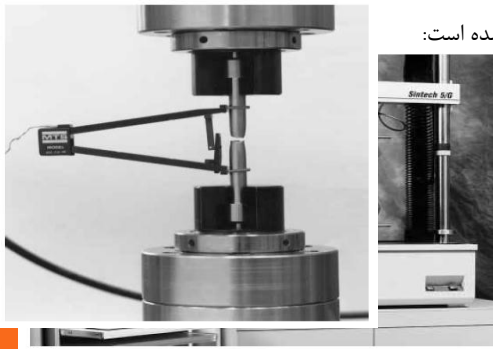


18

خواص مکانیکی مصالح

طرح ماشین ها و سازه ها مستلزم داشتن اطلاعاتی در مورد رفتار مکانیکی مصالح مورد استفاده است. معمولاً تنها راه فهم رفتار مصالح انجام آزمایش بر روی آن ها است. به طوری که طی مراحل بارگذاری روی نمونه ای کوچک مقادیر تغییر شکل مانند تغییر در طول و قطر نمونه اندازه گیری می شود.

دستگاه آزمایش کشش در شکل زیر نشان داده شده است:

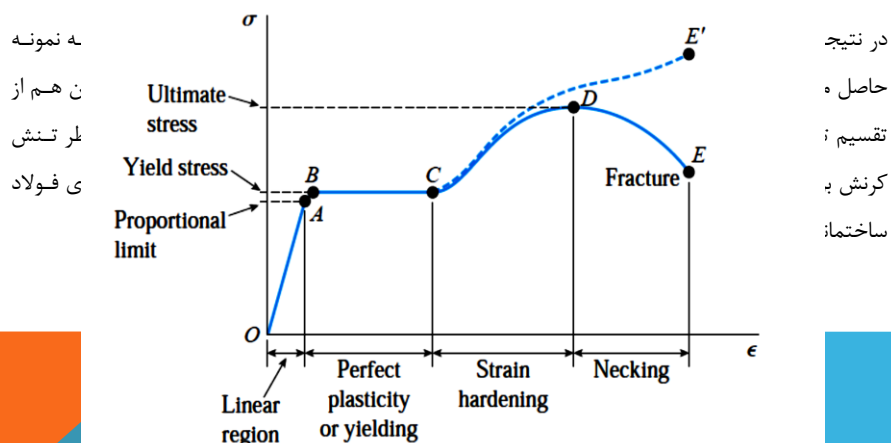


به منظور قابل مقایسه بودن نتایج آزمایش می بایست آزمایش ها بر اساس استاندارد مشخص ترتیب بندی شوند. در این زمینه استانداردهای **ASTM** و **ASA** و **NIST** وجود دارند.

19

دیاگرام تنش کرنش

نتایج آزمایشات بارگذاری مصالح به ابعاد نمونه های آزمایش شده بستگی دارد. در نتیجه به منظور تعمیم نتایج آزمایش



20

دیاگرام تنش کرنش

ملاحظه می شود که دیاگرام با خط مستقیم از نقطه O تا نقطه a ادامه می یابد. بدین معنی که در این فاصله رابطه تنش کرنش علاوه بر خطی متناسب است. در نتیجه به نقطه a حد تناسب گویند. پس از نقطه a تناسب بین تنش و کرنش ادامه نمی یابد. برای فولاد با کربن کم حد تناسب بین ۲۱۰ تا ۳۵۰ مگاپاسکال است. شیب خط مستقیم از نقطه O تا a مدول الاستیسیته نامیده می شود و واحد آن هم واحد تنش است.

با افزایش تنش بعد از حد تناسب سرعت افزایش کرنش بیش از سرعت افزایش تنش ها خواهد بود در نتیجه شیب دیاگرام تنش کرنش کم تر و کم تر می شود. تا در نقطه b دیاگرام تنش کرنش فولاد تقریباً افقی می شود. در این نقطه تغییر طول قابل ملاحظه ای در نمونه بدون افزایش قابل توجه تنش تا نقطه c رخ می دهد.

این پدیده تسلیم نامیده می شود. نقطه b نیز حد تسلیم نام گذاری می شود. در فاصله b تا c فولاد کاملاً پلاستیک رفتار کرده بدین معنی که بدون افزایش بار افزایش تغییر شکل را شاهد هستیم.

21

دیاگرام تنش کرنش

تغییر شکل پلاستیک فولاد معمولی معمولاً ۱۰ تا ۱۵ برابر تغییر شکل ناحیه خطی آن است. پس از تغییر شکل ها پلاستیک در ناحیه bc فولاد شروع به کرنش سختی می کند. در ناحیه کرنش سختی به علت تغییر در کریستال های تشکیل دهنده فولاد مقاومت در مقابل تغییر شکل افزایش می یابد. در نتیجه دیاگرام تنش کرنش در ناحیه cd شیبی مثبت دارد. تا جایی که فولاد به حداکثر مقاومت خود در نقطه D می رسد. پس از آن با کاهش مقاومت فولاد در نقطه e تحت بار گذاری اعمالی گسیخته می شود.

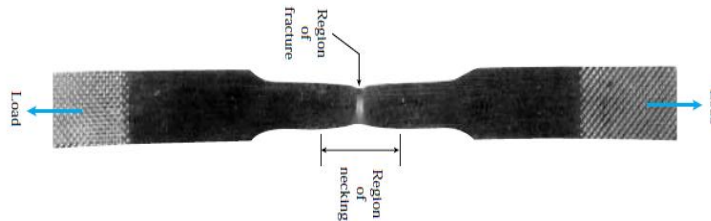
مقاومت در واقع به آستانه یا ظرفیت تحمل و انتقال بار توسط ماده یا سازه اطلاق می شود.

22

دیاگرام تنش کرنش

ناحیه باریک شدگی:

ناحیه باریک شدگی در واقع رسم دیاگرام بر حسب تنش های حقیقی به جای تنش ها مهندسی است.



تعداد زیادی از مصالح سازه ای مانند اکثر فلزات چوب ها پلاستیک ها و... در ابتدای بارگذاری رفتاری الاستیک و خطی دارند. در نتیجه نمودار تنش کرنش آنها با خطی مستقیم شروع می شود.

23

الاستیک خطی-قانون هوک-نسبت پواسون

قانون هوک:

رابطه خطی بین تنش و کرنش برای میله تحت کشش یا فشار ساده با معادله زیر نشان داده می شود:

$$\sigma = E\epsilon$$

به طوری که E را مدول الاستیسیته می نامند.

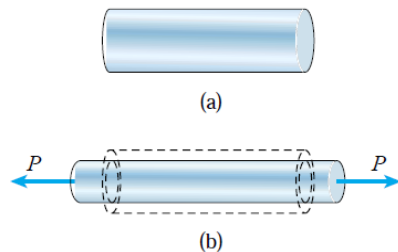
همانطور که دیدیم مدول الاستیسیته در واقع شیب دیاگرام تنش کرنش رفتار مصالح در ناحیه خطی است. به رابطه بالا قانون هوک گفته می شود. مقدار مدول الاستیسیته برای مصالح سخت نظیر فلزات ساختمانی مقادیر بزرگی است. به طوری که برای فولاد ساختمانی در حدود 210 GPA است. به مدول الاستیسیته ، **مدول یانگ** نیز گفته می شود.

24

الاستیک خطی-قانون هوک-نسبت پواسون

نسبت پواسون:

هنگامی که میله منشوری تحت کشش محوری طولی قرار می گیرد و افزایش طول می دهد هم زمان با انقباض جانبی در جهتی عمود بر راستای بارگذاری همراه می شود.



به نسبت این انقباض جانبی کرنش جانبی ϵ' گفته می شود. نسبت کرنش جانبی به کرنش طولی یکی از ویژگی های مصالح است که با نسبت پواسون معرفی می شود:

$$\nu = - \frac{\text{lateral strain}}{\text{axial strain}} = - \frac{\epsilon'}{\epsilon}$$

25

الاستیک خطی-قانون هوک-نسبت پواسون

در نتیجه با مشخص بودن نسبت پواسون ، می توانیم کرنش های جانبی را از کرنش های طولی بدست آوریم:

$$\epsilon' = -\nu\epsilon$$

قابل ذکر است ، مسایلی که در این سطح از مقاومت مصالح بررسی می شوند از مصالح با ویژگی های زیر تشکیل شده اند:

-همگن

-ایزوتروپ

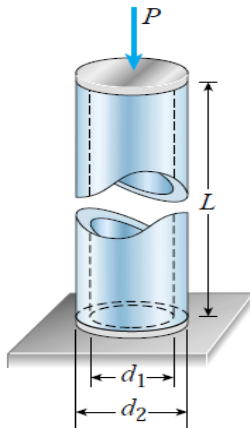
-الاستیک

26

مثال

لوله فولادی به طول ۴ فوت با قطر خارجی ۶ و قطر داخلی ۴.۵ اینچ مطابق شکل زیر تحت نیروی فشاری ۱۴۰ کیلو پوند قرار گرفته است.

مدول الاستیسیته فولاد ۳۰۰۰۰ کیلو پوند بر اینچ مربع و نسبت پواسون آن ۰.۳ است. مقادیر زیر را برای این لوله فولادی تعیین کنید.



- کوتاه شدگی لوله δ

- مقدار افزایش قطر خارجی و داخلی لوله

- افزایش ضخامت جداره لوله

- کرنش جانبی لوله

27

مثال

حل:

سطح مقطع لوله و تنش محوری به قرار زیر است:

$$A = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2) = \frac{\pi}{4}[(6.0 \text{ in.})^2 - (4.5 \text{ in.})^2] = 12.37 \text{ in.}^2$$

$$\sigma = -\frac{P}{A} = -\frac{140 \text{ k}}{12.37 \text{ in.}^2} = -11.32 \text{ ksi (compression)}$$

28

مثال

حل:

با توجه به الاستیک در نظر گرفتن رفتار مصالح کرنش طولی عبارت است از:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{-11.32 \text{ ksi}}{30,000 \text{ ksi}} = -377.3 \times 10^{-6}$$

در نتیجه تغییر طول لوله عبارت است از:

$$\delta = \epsilon L = (-377.3 \times 10^{-6})(4.0 \text{ ft})(12 \text{ in./ft}) = -0.018 \text{ in.}$$

29

مثال

با توجه به مشخص بودن ضریب پواسون ، کرنش جانبی عبارت است از:

$$\epsilon' = -\nu\epsilon = -(0.30)(-377.3 \times 10^{-6}) = 113.2 \times 10^{-6}$$

در نتیجه مقادیر تغییر قطر داخلی و خارجی لوله با ضرب کرنش جانبی در مقادیر اولیه قابل

حصول است:

$$\Delta d_2 = \epsilon' d_2 = (113.2 \times 10^{-6})(6.0 \text{ in.}) = 0.000679 \text{ in.}$$

$$\Delta d_1 = \epsilon' d_1 = (113.2 \times 10^{-6})(4.5 \text{ in.}) = 0.000509 \text{ in.}$$

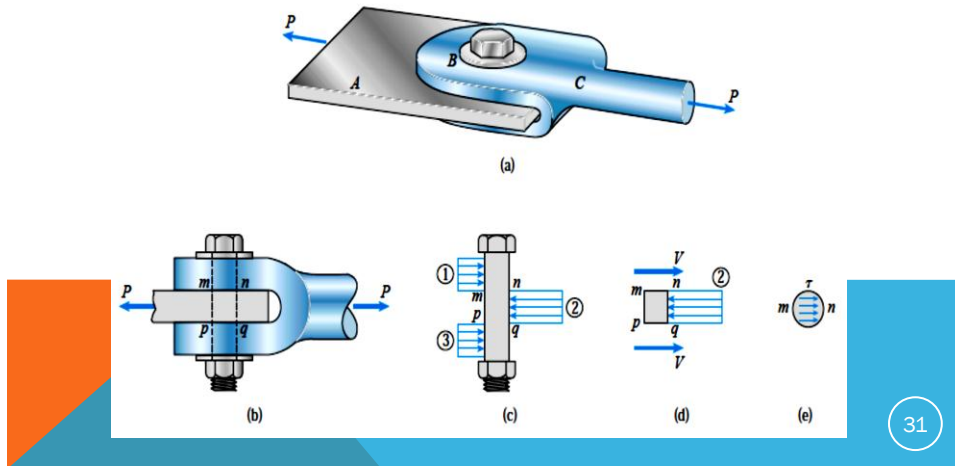
در انتها مقدار افزایش ضخامت جداره لوله به قرار زیر است:

$$\Delta t = \epsilon' t = (113.2 \times 10^{-6})(0.75 \text{ in.}) = 0.000085 \text{ in.}$$

30

تنش و کرنش برشی

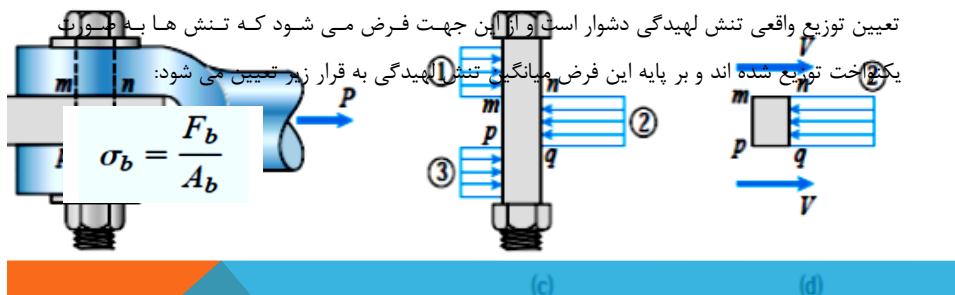
تنش های برشی مماس بر سطح ماده تاثیر می کنند در حالی که تنش های نرمال در راستای عمود بر سطح ماده عمل می کردند. اتصال پیچی زیر را برای فهم بهتر در نظر بگیرید:



31

تنش و کرنش برشی

ملاحظه می شود که پیچ و واشر آن به علت اعمال نیروی P تحت تنش های تماسی که به اصطلاح تنش های لهیدگی گفته می شوند قرار می گیرند. اما علاوه بر این تنش پیچ به علت عمل قیچی مانند صفحه ها در دو طرف اتصال تحت تنش های **مماسی** بر مقطع دایروی خود قرار می گیرد.



توجه شود Ab به صورت تصویر ناحیه منحنی پیچ بر روی سطح تحت لهیده شدن در نظر گرفته می

شود.

32

تنش و کرنش برشی

از مشاهده پیکره آزاد قسمت C نمایش داده شده است که تلاشی برای برش مقطع عرضی پیچ

روی سطح پیچ اثر می

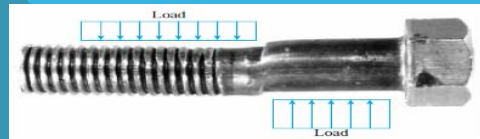
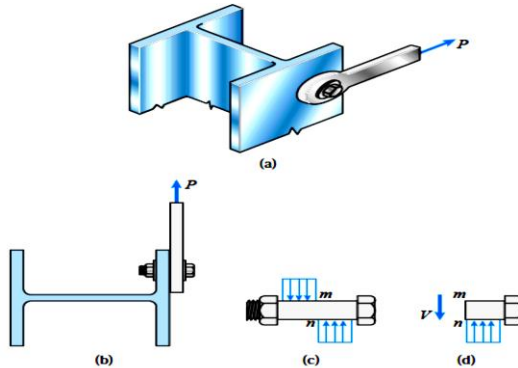
ست. بدین معنی که

وی برشی V برای هر

قطع عرضی کاملاً روشن

سطوح بیرونی کمترین

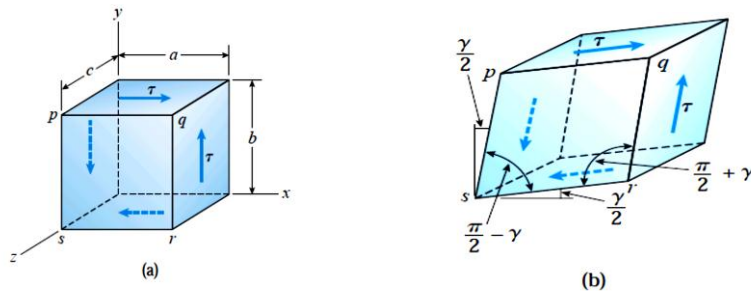
$$\tau_{aver} = \frac{V}{A}$$



33

کرنش برشی

المان تغییر شکل یافته زیر تحت تنش های برشی را ملاحظه فرمایید:



دیده می شود که تنش های برشی خالص تمایلی به تغییر طول ابعاد المان نداشته و

باعث تغییر زاویه المان می شوند.

در نتیجه زاویه بین ابعاد المان پس از اعمال تنش تغییر می کند. مقدار این تغییر زاویه

را با علامت γ نشان می دهیم که به کرنش برشی موسوم است.

34

تنش و کرنش برشی

در ارتباط با علامت تنش های برشی می توان گفت که تنش های برشی عمل کننده بر روی سطوح مثبت زمانی مثبت هستند که در امتداد یکی از جهات مثبت باشند، همین طور تنش های برشی اعمال شده بر روی صفحات منفی زمانی مثبت اند که در جهت منفی یکی از محور ها عمل کنند.

و در ارتباط علامت کرنش های برشی انها زمانی مثبت اند که زاویه بین دو سطح مثبت یا دو سطح منفی کاهش یابد.

صفحه مثبت؟

صفحه منفی؟

35

قانون هوک در برش

ویژگی های برشی مصالح نیز می توانند به مانند ویژگی های محوری از آزمایش برش مستقیم یا آزمایش های پیچش حاصل شود. در نتیجه تحت آزمایش مذکور نیز می توان دیاگرام تنش برشی کرنش برشی را رسم کرد. از نظر شکل ، دیاگرام تنش برشی - کرنش برشی فولاد به ماند تنش - کرنش محوری ان است هرچند در مقادیر با هم متفاوت اند. از این مسیر می توان مقادیر مدول الاستیسیته ، تنش تسلیم و تنش نهایی برشی را برای ماده مورد نظر تعریف کرد. مثلا تنش تسلیم برشی فولاد تقریبا نصف میزان تنش تسلیم محوری ان است.

$$\tau = G\gamma$$

قانون هوک در برش به شکل مقابل تعریف می شود:

که در آن G مدول الاستیسیته برشی نامیده می شود و واحد ان هم واحد تنش است. مقدار مدول برشی برای فولاد معمولی در حدود 75 GPa است.

36

رابطه ثوابت الاستیک

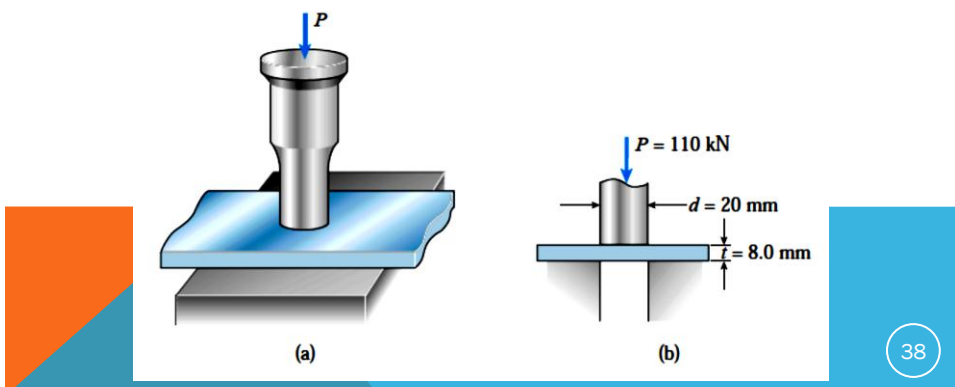
قابل ذکر است ویژگی های مصالح ارایه شده E , G , ν با هم دارای رابطه ای به قرار زیر اند:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

37

مثال

پانچ یک صفحه فولادی در شکل زیر نشان داده شده است. در نظر بگیرید که قطر پانچ ۲۰ میلی متر و ضخامت صفحه ۸ میلی متر است. اگر نیروی پانچ ۱۱۰ کیلو نیوتونی برای ایجاد سوراخ لازم باشد میانگین تنش برشی در صفحه و میانگین تنش فشاری در پانچ چقدر است؟



38

مثال

حل:

سطح تحت تنش برشی در صفحه عبارت است از:

$$A_s = \pi dt = \pi (20 \text{ mm})(8.0 \text{ mm}) = 502.7 \text{ mm}^2$$

که عبارت است از محیط پانچ در ضخامت صفحه

در نتیجه تنش برشی در صفحه عبارت است از:

$$\tau_{\text{aver}} = \frac{P}{A_s} = \frac{110 \text{ kN}}{502.7 \text{ mm}^2} = 219 \text{ MPa}$$

39

مثال

و در انتها میانگین تنش فشاری در پانچ به قرار زیر حاصل می شود:

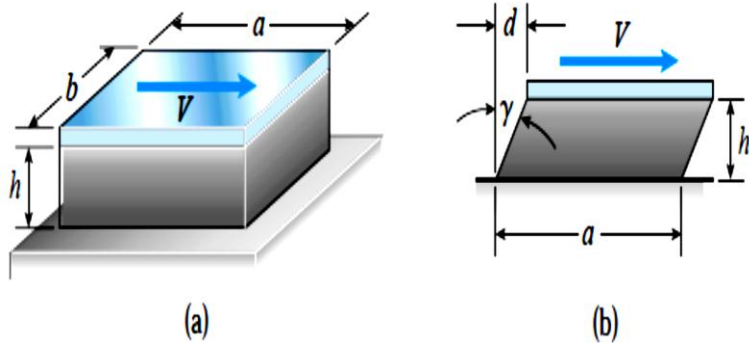
$$\sigma_c = \frac{P}{A_{\text{punch}}} = \frac{P}{\pi d^2/4} = \frac{110 \text{ kN}}{\pi (20 \text{ mm})^2/4} = 350 \text{ MPa}$$

در این مثال از اثر ضربه اعمالی پانچ صرف نظر شد.

40

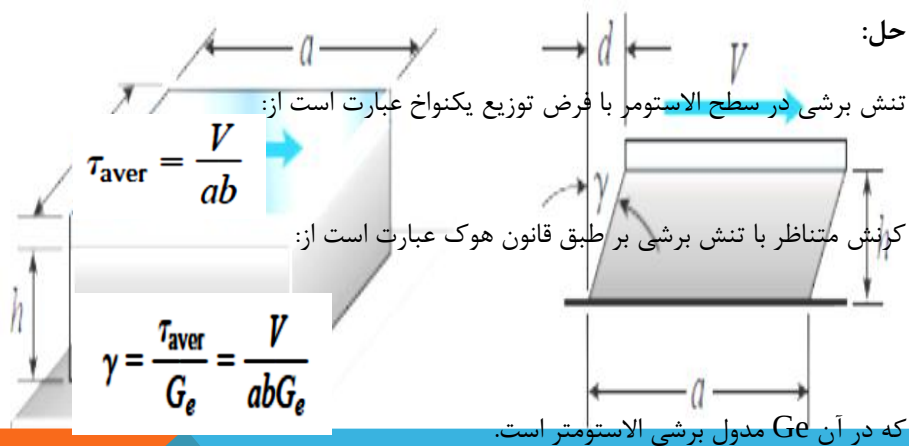
مثال

صفحات نشیمن نوعی از تکیه گاه های ماشین ها یا تیرها در پل هاست که معمولاً از مصالح الاستیک خطی (مانند الاستومر) با پوشش فولادی به کار برده می شوند. ضخامت الاستومر را h و ابعاد صفحه $a*b$ و صفحه تحت بارگذاری برشی افقی V است.



41

مثال



42

مثال

حل:

در نهایت جابجایی افقی d معادل ضرب تانژانت کرنش برشی در ارتفاع صفحه نشیمن است.

$$d = h \tan \gamma = h \tan \left(\frac{V}{abG_e} \right)$$

اما با توجه به اینکه مقادیر کرنش برشی مقادیری کوچک هستند و در زوایای کوچک مقدار زاویه با سینوس و تانژانت آن برابر است در نتیجه:

$$d = h\gamma = \frac{hV}{abG_e}$$

43

ضریب ایمنی، تنش مجاز

ضریب ایمنی:

اگر قرار باشد که از شکست سازه دوری شود بارهای قابل تحمل توسط سازه باید از بارهای وارد شده به سازه در زمان بهره برداری آن بزرگتر باشد. به عبارت دیگر مقاومت واقعی سازه باید از مقاومت لازم و مورد نیاز بیشتر باشد. نسبت مقاومت واقعی به مقاومت مورد نیاز را ضریب ایمنی گویند.

$$\text{Factor of safety } n = \frac{\text{Actual strength}}{\text{Required strength}}$$

44

ضریب ایمنی، تنش مجاز

واضح است که ضریب ایمنی باید بزرگتر از ۱ باشد. البته مقدار این ضریب اطمینان می تواند مقادیر بسیار بزرگ یا کوچک باشد. چنانچه این ضریب کوچک باشد احتمال شکست سازه بالا و در نتیجه غیر قابل قبول خواهد بود از طرف دیگر چنانچه این ضریب بسیار بزرگ باشد مقدار زیادی مصالح در سازه به هدر می رود. در نتیجه در ایین نامه ها ضرایب ایمنی بر طبق داده های اماری و توسط مهندسين با تجربه تعیین می شود.

45

تنش مجاز

در بسیاری از سازه ها بسیار اهمیت دارد که مصالح به منظور جلوگیری از تغییر شکل های دایمی در محدوده رفتار الاستیک خطی در حین بهره برداری باقی بمانند. در این شرایط ضریب اطمینان با تنش تسلیم مصالح سنجیده می شود. در نتیجه مقدار تنش مجاز مصالح مصرفی با اعمال ضریب اطمینان به تنش تسلیم حاصل می شود:

$$\text{Allowable stress} = \frac{\text{Yield strength}}{\text{Factor of safety}}$$

$$\sigma_{\text{allow}} = \frac{\sigma_Y}{n_1} \quad \text{and} \quad \tau_{\text{allow}} = \frac{\tau_Y}{n_2}$$

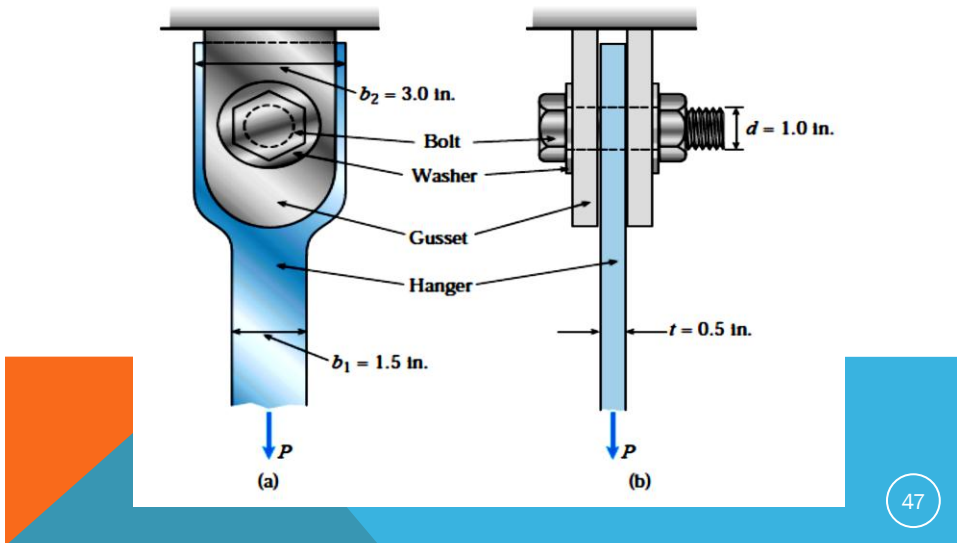
به طوری که

که σ_Y و τ_Y تنش های تسلیم محوری و برشی n_1 و n_2 ضرایب ایمنی متناظر آنها هستند. ضریب ایمنی معمول برای تنش های محوری ۱.۶۷ است.

46

مثال

در قطعه آویز زیر مقدار بار مجاز P بر اساس ملاحظات ارایه شده را تعیین کنید:



47

مثال

-تنش مجاز محوری کششی در قطعه آویز 16000 psi است.

- تنش مجاز محوری کشش قطعه آویز در بخش نزدیک به صفحات اتصال و سوراخ

11000 psi است. (به علت مسایل تمرکز تنش در این نواحی تنش مجاز کمتر است)

-تنش مجاز لهیدگی بین قطعه آویز و پیچ 26000 psi است.

- تنش مجاز برشی در پیچ 6500 psi است.

48

مثال

حل:

بار مجاز محوری بر اساس تنش در بدنه اویز عبارت است از:

$$P_1 = \sigma_{\text{allow}} A = \sigma_{\text{allow}} b_1 t = (16,000 \text{ psi})(1.5 \text{ in.} \times 0.5 \text{ in.}) = 12,000 \text{ lb}$$

بار مجاز محوری بر اساس تنش در اویز در نواحی قطعه اتصال عبارت است از:

$$P_2 = \sigma_{\text{allow}} A = \sigma_{\text{allow}} (b_2 - d) t = (11,000 \text{ psi})(3.0 \text{ in.} - 1.0 \text{ in.})(0.5 \text{ in.}) = 11,000 \text{ lb}$$

49

مثال

بار مجاز محوری بر اساس تنش های لهیدگی بین پیچ و اویز عبارت است از:

$$P_3 = \sigma_b A = \sigma_b d t = (26,000 \text{ psi})(1.0 \text{ in.})(0.5 \text{ in.}) = 13,000 \text{ lb}$$

و در نهایت بار مجاز بر اساس تنش مجاز برشی در پیچ ها عبارت است از:

$$P_4 = \tau_{\text{allow}} A = \tau_{\text{allow}} (2)(\pi d^2/4) = (6,500 \text{ psi})(2)(\pi)(1.0 \text{ in.})^2/4 = 10,200 \text{ lb}$$

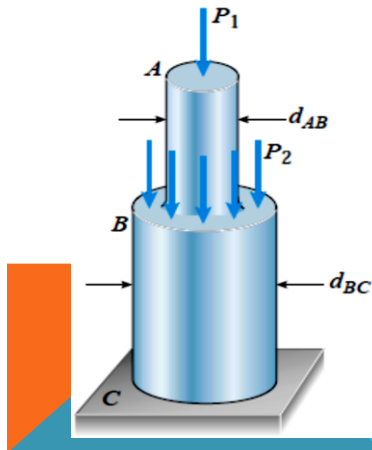
در نتیجه با توجه به همه حالات بررسی شده مقدار بار مجاز اتصال عبارت است از:

$$P_{\text{allow}} = 10,200 \text{ lb}$$

50

تمرین

-در قطعه دایروی توپر ABC بار متمرکز $P_1=2500\text{lb}$ در نقطه A وارد شده است. همچنین بار گسترده یکنواخت P_2 نیز در بر تراز B اعمال شده است. قطر قطعه AB برابر 1.25 in و قطر قطعه BC برابر 2.25 in است.



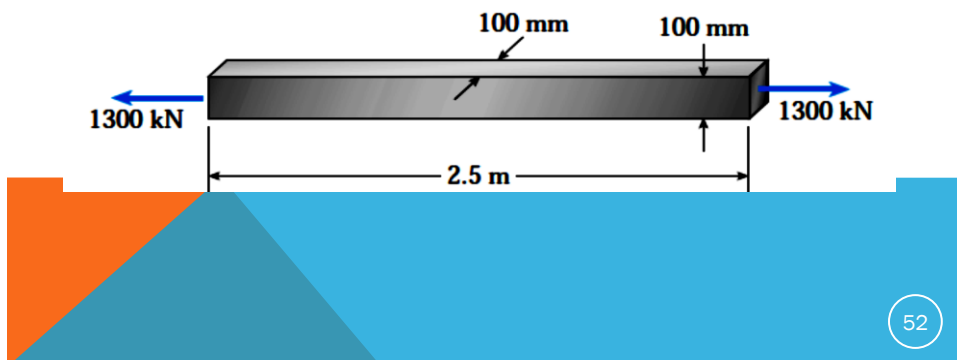
-تنش های نرمال را در قطعه AB محاسبه کنید.

-برای اینکه مقدار تنش در قطعه BC نیز برابر مقدار تنش در قطعه AB باشد مقدار شدت بار P_2 را تعیین کنید.

51

تمرین

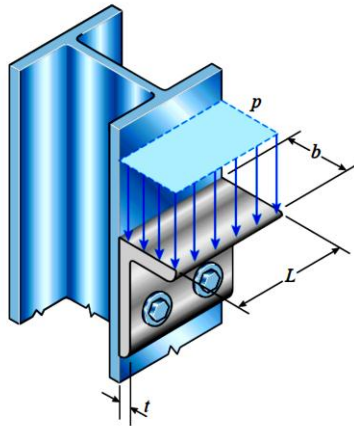
-میله فولادی با مقطع مربعی و ابعاد 2.5m و طول 100m تحت بار محوری 1300kN در هر طرف خود قرار دارد. چنانچه مدول الاستیسیته (E) برابر 200GPa و ضریب پواسون آن $\nu=0.3$ باشد مقدار تغییر حجم میله را تحت بار گذاری اعمال شده تعیین کنید.



52

تمرین

-دستک فولادی با ضخامت 0.5 اینچ به بال ستونی با 2 پیچ با قطر 5/8 اینچ متصل شده است. بار یکنواخت عمل کننده به سطح دستک با شدت 300 PSI وارد شده است. سطح بالایی دستک دارای طول 6in و عرض 2.5in است.



-میانگین تنش لهیدگی بین نبشی و پیچ
ها و میانگین تنش برشی τ_{ave} در پیچ ها
را تعیین کنید.

53

فصل دوم

-اعضا تحت بارگذاری محوری

-تغییر طول میله منشوری

-میله های محوری با چند قطعه منشوری و تحت بارگذاری چند

نیرویی در طول خود

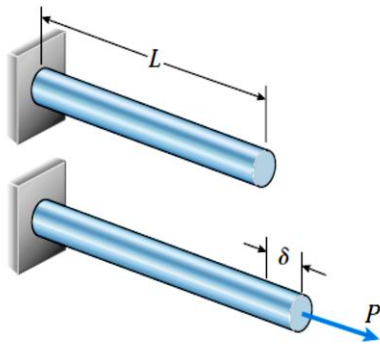
-میله های با تغییرات پیوسته بار و ابعاد مقطع

-اثرات دما و پیش کرنشی

54

اعضا تحت بارگذاری محوری

میله منشوری شکل زیر را در نظر بگیرید. تغییر طول میله δ تحت بار محوری P در ادامه نشان داده شده است.



چنانچه سطح مقطع میله A باشد مقدار میانگین تنش نرمال عبارت است از P/A و مقدار کرنش طولی نیز عبارت است از δ/L به طوری که L طول کل میله است.

55

تغییر طول میله منشوری

چنانچه فرض کنیم رفتار مصالح به صورت الاستیک خطی است بدین معنی است که از قانون هوک پیروی می کند در نتیجه داریم:

$$\sigma = E * \varepsilon$$

در نتیجه با جاگذاری تنش و کرنش بر حسب پارامترهای مربوطه در رابطه بالا داریم:

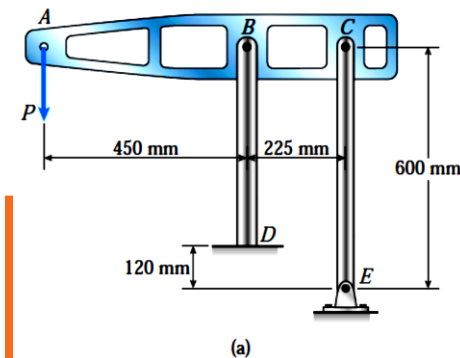
$$\delta = \frac{PL}{EA}$$

این رابطه نشان می دهد که مقدار تغییر طول میله به طور مستقیم با بار P و طول میله L و به طور معکوس با مدول الاستیسیته E و سطح مقطع A میله تناسب دارد.

56

مثال

در سازه شکل زیر سطح مقطع عرضی اعضا BD و CE ۱۰۲۰ و ۵۲۰ میلی متر مربع است. میله ها از ماده ای با مدول الاستیسیته ۲۰۵ گیگا پاسکال ساخته شده است. فرض کنید قطعه ABC صلب است. حداکثر بار مجاز P را به شرطی که حداکثر تغییر مکان نقطه A به اندازه ۱ میلی متر محدود باشد تعیین کنید.



57

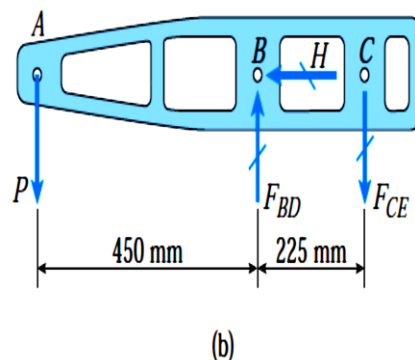
مثال

حل:

با استفاده از پیکره ازاد سازه و لنگر گیری حول نقطه B خواهیم داشت:

$$F_{CE} = 2P \quad F_{BD} = 3P$$

البته باید توجه کرد که این مقادیر دارای علامت های خلاف هم هستند. در نتیجه CE کششی و BD فشاری است.



(b)

58

مثال

با استفاده از رابطه تغییر طول میله های محوری داریم:

$$\begin{aligned}\delta_{BD} &= \frac{F_{BD} L_{BD}}{EA_{BD}} \\ &= \frac{(3P)(480 \text{ mm})}{(205 \text{ GPa})(1020 \text{ mm}^2)} = 6.887P \times 10^{-6} \text{ mm} \quad (P = \text{newtons})\end{aligned}$$

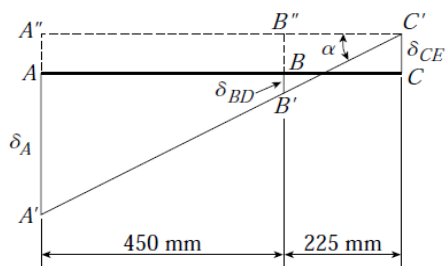
و به طور مشابه برای میله CE داریم:

$$\begin{aligned}\delta_{CE} &= \frac{F_{CE} L_{CE}}{EA_{CE}} \\ &= \frac{(2P)(600 \text{ mm})}{(205 \text{ GPa})(520 \text{ mm}^2)} = 11.26P \times 10^{-6} \text{ mm} \quad (P = \text{newtons})\end{aligned}$$

59

مثال

از طرف دیگر با توجه به صلب بودن قطعه ABC مقادیر تغییر مکان در نقاط A و B و C با



هم رابطه ای هندسی به قرار شکل زیر دارند:

در نتیجه با اعمال بار P نقطه C به C' و B به B' و A به A' نقل مکان کرده و

داریم:

(c)

$$\frac{A'A''}{A''C'} = \frac{B'B''}{B''C'} \quad \text{or} \quad \frac{\delta_A + \delta_{CE}}{450 + 225} = \frac{\delta_{BD} + \delta_{CE}}{225}$$

60

مثال

در انتها با جاگذاری مقادیر حاصل برای تغییر مکان های نقاط C و B بر حسب بار P داریم:

$$\frac{\delta_A + 11.26P \times 10^{-6}}{450 + 225} = \frac{6.887P \times 10^{-6} + 11.26P \times 10^{-6}}{225}$$

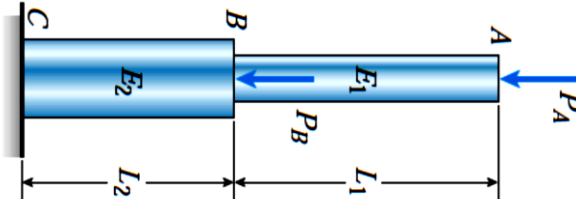
در نتیجه چنانچه بخواهیم تغییر مکان در نقطه A به ۱ میلی متر محدود شود با جاگذاری این مقدار در رابطه بالا به ازای جابجایی نقطه A مقدار حداکثر مجاز بار P حاصل می شود:

$$P = P_{\max} = 23,200 \text{ N (or 23.2 kN)}$$

61

میله های محوری با چند قطعه منشوری و تحت بار گذاری چند نیرویی در طول خود

در این شرایط رویه محاسبات به مانند آنچه بیان شد خواهد بود و تنها رابطه تغییر شکل را به طور مجزا برای هر قطعه می نویسیم به طوری که می توان به این شکل نمایش داد:

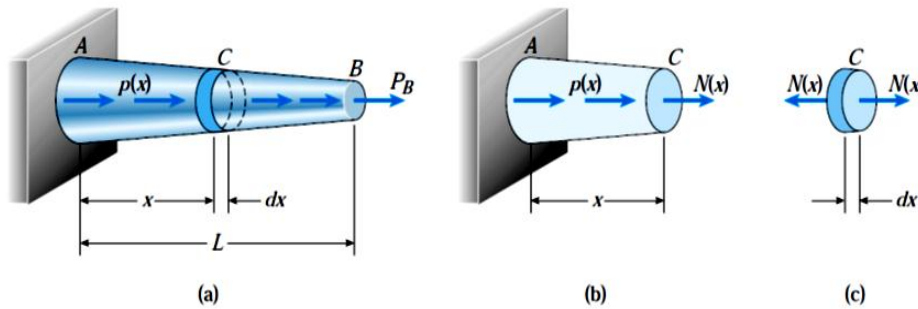
$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{N_i L_i}{E_i A_i}$$


در این رابطه i اندیس شماره قطعه است.

62

میله های با تغییرات پیوسته بار و ابعاد مقطع

گاهی ممکن است مقطع عرضی میله و یا نیروی درونی آن به طور پیوسته تغییر کند
ملاحظه فرمایید:



$$d\delta = \frac{N(x) dx}{EA(x)}$$

در این حالت تغییر مکان دیفرانسیلی و بسیار کم $d\delta$ برای
جز با طول dx و تحت بار متغیر $N(x)$ و با سطح مقطع
متغیر $A(x)$ بر پایه رابطه گذشته عبارت خواهد بود از:

63

میله های با تغییرات پیوسته بار و ابعاد مقطع

در این حالت تغییر مکان دیفرانسیلی و بسیار کم $d\delta$ برای جز با طول dx و تحت بار
متغیر $N(x)$ و با سطح مقطع متغیر $A(x)$ بر پایه رابطه گذشته عبارت خواهد بود از:

$$d\delta = \frac{N(x) dx}{EA(x)}$$

و در نتیجه تغییر طول کلی میله با مقطع متغیر با انتگرال گیری از رابطه بالا در طول کل
میله به قرار زیر حاصل می شود:

$$\delta = \int_0^L d\delta = \int_0^L \frac{N(x) dx}{EA(x)}$$

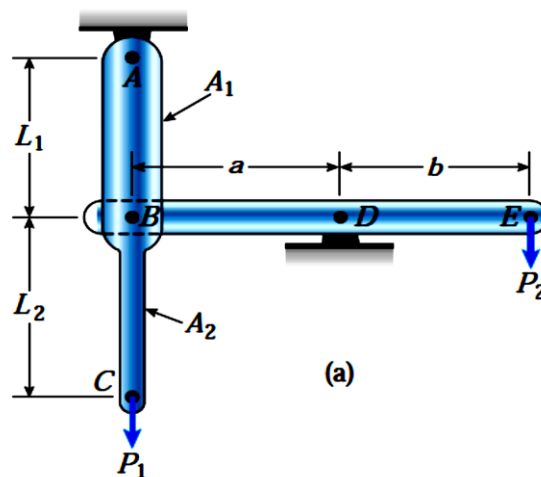
64

مثال

میله فولادی عمودی ABC در انتهای بالایی خود به تکیه گاه مفصلی متصل و در انتهای C تحت بار P_1 قرار گرفته است. تیر BDE نیز در نقطه B به میله عمودی ABC مفصل شده است. تیر در نقطه D به تکیه گاه مفصلی متصل و در نقطه E بار P_2 را تحمل می کند. قسمت AB از میله عمودی دارای سطح مقطع $A_1 = 0.25 \text{ in}^2$ و قسمت BC دارای مساحت $A_2 = 0.15 \text{ in}^2$ و مدول الاستیسیته برای این قطعات برابر 29000000 PSI است. همچنین برای قطعه افقی (تیر) $a = 28 \text{ in}$ و $b = 25 \text{ in}$ است.

65

مثال



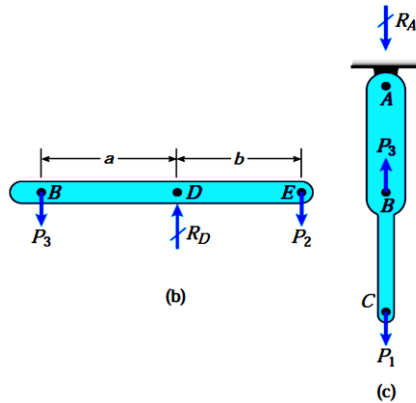
66

مثال

جابجایی عمودی δ_C را در نقطه C اگر بار $P_1=2100\text{lb}$ و $P_2=5600\text{lb}$ باشد محاسبه کنید:

کنید:

حل:



در واقع برای تعیین تغییر مکان قایم در نقطه C بایست مجموع تغییر طول میله ABC را در جز AB و BC محاسبه کنیم.

از دیاگرام ازاد قطعات و با لنگر گیری حول نقطه D داریم:

$$P_3 = \frac{P_2 b}{a} = \frac{(5600 \text{ lb})(25.0 \text{ in.})}{28.0 \text{ in.}} = 5000 \text{ lb}$$

67

مثال

باید توجه شود که مقدار حاصل برای P_3 مطابق آنچه در پیکره ازاد مشخص است در قطعه افقی (تیر) رو به پایین و در قطعه قایم به سمت بالا در نقطه B اثر می کند. همچنین از تعادل داریم:

$$R_A = P_3 - P_1 = 5000 \text{ lb} - 2100 \text{ lb} = 2900 \text{ lb}$$

بدین ترتیب قسمت AB تحت نیروی فشاری 2900lb و قسمت BC تحت نیروی کششی 2100lb است. در نتیجه از رابطه ارایه شده برای قطعات با تغییر سطح مقطع

داریم:

$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{N_i L_i}{E_i A_i} = \frac{N_1 L_1}{E A_1} + \frac{N_2 L_2}{E A_2}$$

68

مثال

$$\begin{aligned}\delta &= \sum_{i=1}^n \frac{N_i L_i}{E_i A_i} = \frac{N_1 L_1}{E A_1} + \frac{N_2 L_2}{E A_2} \\ &= \frac{(-2900 \text{ lb})(20.0 \text{ in})}{(29.0 \times 10^6 \text{ psi})(0.25 \text{ in.}^2)} + \frac{(2100 \text{ lb})(34.8 \text{ in.})}{(29.0 \times 10^6 \text{ psi})(0.15 \text{ in.}^2)} \\ &= -0.0080 \text{ in.} + 0.0168 \text{ in.} = 0.0088 \text{ in.}\end{aligned}$$

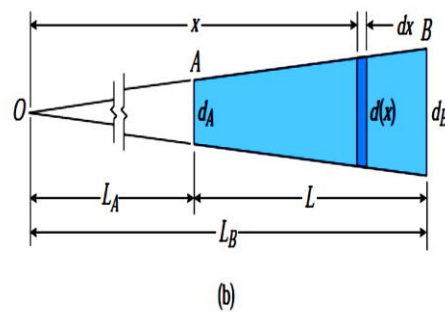
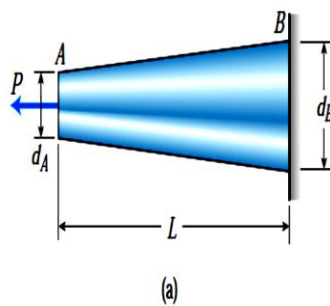
δ بیان کننده تغییر طول میله ABC است که بدین ترتیب تغییر مکان قایم نقطه C نیز هست.

$$\delta_C = 0.0088 \text{ in.}$$

69

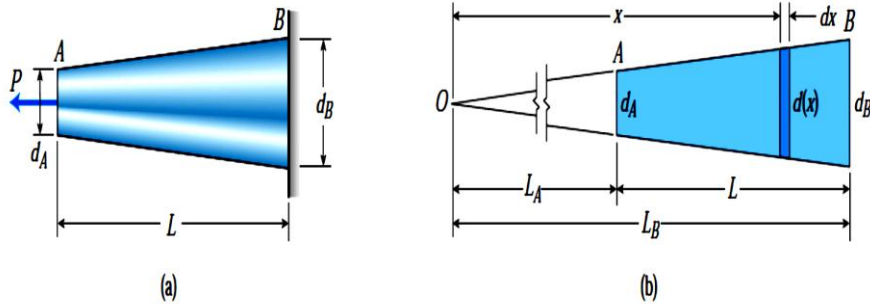
مثال

میله باریک شونده AB دارای مقطع دایروی و طول L است و در انتهای A خود بار محوری P را تحمل می کند. بر حسب پارامترهای تعریف شده بر روی شکل تغییر طول میله را تحت بار P تعیین کنید:



70

مثال



$$\frac{d(x)}{d_A} = \frac{x}{L_A} \quad \text{or} \quad d(x) = \frac{d_A x}{L_A}$$

71

مثال

به طوری که سطح مقطع عرضی میله در فاصله x از مبدا عبارت می شود از:

$$A(x) = \frac{\pi [d(x)]^2}{4} = \frac{\pi d_A^2 x^2}{4 L_A^2}$$

بدین ترتیب برای محاسبه تغییر طول میله در هر مقطع با توجه به رابطه ارایه شده

$$\delta = \int \frac{N(x) dx}{EA(x)} = \int_{L_A}^{L_B} \frac{P dx (4 L_A^2)}{E (\pi d_A^2 x^2)} = \frac{4 P L_A^2}{\pi E d_A^2} \int_{L_A}^{L_B} \frac{dx}{x^2}$$

داریم:

$$\delta = \frac{4 P L_A^2}{\pi E d_A^2} \left[-\frac{1}{x} \right]_{L_A}^{L_B} = \frac{4 P L_A^2}{\pi E d_A^2} \left(\frac{1}{L_A} - \frac{1}{L_B} \right)$$

72

مثال

می توان به شکل زیر رابطه را ساده کرد:

$$\frac{1}{L_A} - \frac{1}{L_B} = \frac{L_B - L_A}{L_A L_B} = \frac{L}{L_A L_B}$$

$$\delta = \frac{4PL}{\pi E d_A^2} \left(\frac{L_A}{L_B} \right)$$

$$\delta = \frac{4PL}{\pi E d_A d_B}$$

73

اثرات دما و پیش کرنشی

بارهای خارجی تنها یکی از منابع ایجاد تنش در اعضا هستند. عوامل دیگر عبارت اند از تغییرات دما، نقص در ساخت و نا اندازه بودن قطعات و پیش کرنش ها. علاوه بر این موارد نشست های تکیه گاهی و نیروهای اینرسی ناشی از شتاب در قطعات نیز وجود دارند.

اثرات دما:

تغییر دما می تواند باعث انقباض یا انقباض اعضا شود. به طوری که منجر به کرنش ها و تنش های حرارتی می شود.



74

اثرات دما و پیش کرنشی

وقتی که قطعه ای که دارای محدودیت نیست گرم شود هر جز آن تحت کرنش های حرارتی در تمام جهات منبسط می شود. در نتیجه ابعاد آن افزایش می یابد. البته در شکل بالا نقطه A ثابت در نظر گرفته شده است. در بیشتر مصالح کرنش های حرارتی متناسب با تغییرات دما هستند به طوری که:

$$\epsilon_T = \alpha(\Delta T)$$

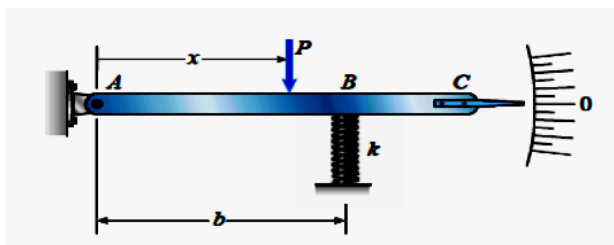
$$\delta_T = \epsilon_T L = \alpha(\Delta T) L$$

در رابطه بالا α یک خاصیت ماده و به نام ضریب انبساط حرارتی است و واحد آن بر درجه سانتی گراد است.

75

تمرین

۱- قطعه نشان داده شده در شکل شامل نشانگر ABC متکی بر فنر با سختی $k=800\text{N/m}$ است. فنر در فاصله $b=150\text{mm}$ مفصل A نشانگر قرار گرفته است. قطعه جوری تنظیم شده است که وقتی هیچ بار P وارد نمی شود بر روی صفحه مدرج زاویه ای عدد صفر خوانده می شود.

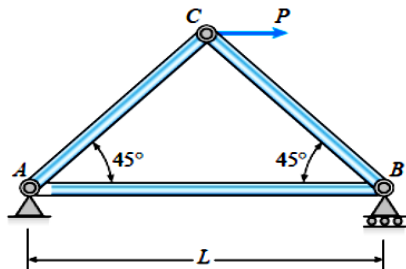


- برای اینکه زاویه 3 درجه خوانده شود بار $P=8\text{N}$ باید در چه فاصله x ای وارد شود؟

76

تمرین

۲- خرابای سه میله ای ABC نشان داده شده در شکل با دهانه $L=3\text{m}$ از لوله های با مساحت مقطع عرضی $A=3900\text{mm}^2$ و مدول الاستیسیته $E=200\text{GPa}$ ساخته شده است. بار P در سمت راست اتصال C عمل می کند.



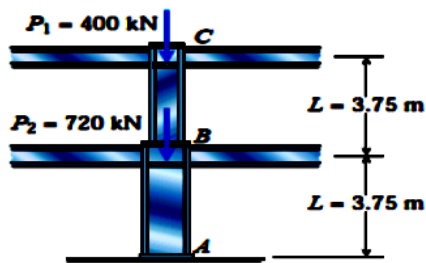
- اگر $p=650\text{kN}$ باشد جابجایی افقی اتصال B چقدر است؟

- حداکثر بار مجاز p را اگر جابجایی اتصال B به 1.5mm محدود شده باشد چقدر است؟

77

تمرین

۳- سازه ۲ طبقه ای دارای ستون AB در طبقه اول و BC در طبقه دوم است. بار سقف P_1 معادل 400kN و بار P_2 معادل 720kN است. هر ستون دارای طول 3.75m است. سطح مقطع ستون های طبقه اول و دوم 11000mm^2 و 3900mm^2 است.



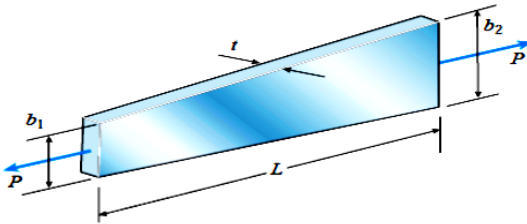
- با فرض اینکه $E=206\text{GPa}$ است کوتاه شدگی کلی Δ_{ac} هر دو ستون را در اثر اعمال دو بار مشخص شده تعیین کنید؟

۴- چه مقدار بار اضافی p می تواند در بالای ستون ها نقطه C وارد شود تا کوتاه شدگی کلی Δ_{ac} از 4mm فراتر نرود؟

78

تمرین

۴- میله مستطی با مقطع عرضی مستطیل با طول L و ضخامت ثابت t تحت بار محوری P قرار دارد. عرض میله به صورت خطی از b_1 به b_2 افزایش می یابد.



$$\delta = \frac{PL}{Et(b_2 - b_1)} \ln \frac{b_2}{b_1}$$

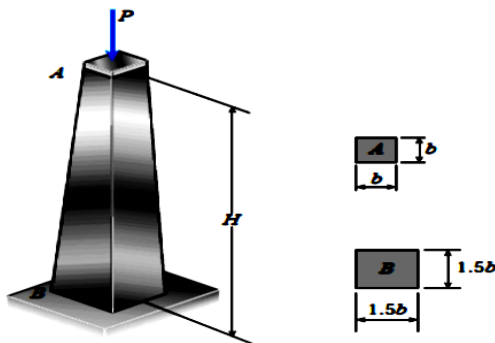
- رابطه زیر را برای تغییر طول محوری میله بدست آورید.

- مقدار تغییر طول میله را با $L=5\text{ft}$ و $t=1\text{ in}$ و $P=25\text{k}$

و $b_2=6\text{in}$ و $b_1=4\text{in}$ محاسبه کنید.

تمرین

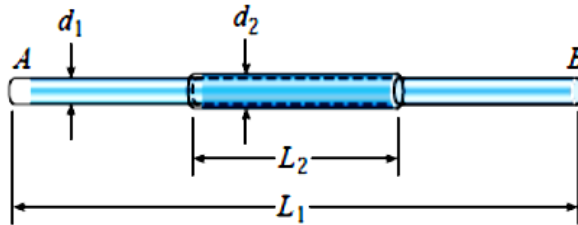
۵- در قطعه زیر ابعاد مقطع عرضی از b در بالای عضو به $1.5b$ در پایه به صورت خطی افزایش می یابد.



- فرمولی را برای کوتاه شدگی δ بر اثر بار فشاری P اثر کننده در بالای آن بدست آورید.

تمرین

۶- میله فولادی دایروی شکل AB (با قطر $d_1=1\text{in}$ و طول $L_1=3\text{ft}$) دارای پوشش برنزی با (قطر خارجی $d_2=1.25\text{in}$ و طول $L_2=1\text{ft}$) است به طوری که دو قطعه به شکل مطمینی به هم مهار شده اند.



- مقدار تغییر طول δ میله های فولادی را تحت افزایش دمای $\Delta t=500\text{F}$ محاسبه کنید.

ویژگی های مصالح عبارت اند از:

$E_s=30000000\text{Psi}$ و $\alpha_s=0.0000065 / \text{F}$ و $E_b=15000000\text{Psi}$ و $\alpha_b=0.000011 / \text{F}$.

81

فصل سوم

- تغییر شکل های پیچشی میله های دایروی

- کرنش های برشی در سطوح خارجی

- لوله های دایروی

- میله های دایروی با مصالح الاستیک خطی

- رابطه پیچش

- زاویه پیچش

- پیچش غیر یکنواخت

82